

文章编号:1000-8055(2021)10-2173-13

doi:10.13224/j.cnki.jasp.20200519

端壁倒圆半径误差对高负荷静叶栅性能影响的不确定性分析

郭正涛, 楚武利, 姬田园, 杨吉博, 张耀峰
(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129)

摘 要: 为对压气机静子叶片高精度设计与制造提供有力参考,以某高负荷压气机静子叶栅为研究对象,采用基于高斯分布型随机输入的非嵌入式多项式混沌方法,量化评估了端壁倒圆半径误差对最小损失和近失速两个工况下气动性能的不确定性影响。结果表明:倒圆半径误差的不确定性对气动性能的平均水平影响不大,主要反映在气动性能参数的标准差上。提高倒圆半径的加工精度可提升气动性能的鲁棒性近一倍。加工精度一定时,为对叶片进行鲁棒性优化设计,应重点关注近失速工况下气动损失的鲁棒性。根据公差带内端壁倒圆半径与近失速工况下气动性能的关联性分析,倒圆半径与气动性能呈线性关系,应避免倒圆半径与设计值相比偏小的叶片投入使用,以期获得良好的气动性能。通过近失速流场的不确定性分析,分离流动对于倒圆半径误差更为敏感,是引起气动性能不确定性变化的主要因素。

关 键 词: 不确定性量化; 端壁倒圆; 加工误差; 高负荷叶栅; 非嵌入式混沌多项式
中图分类号: V231.3 **文献标志码:** A

Uncertainty analysis of effects of end wall fillet radius error on high-load stator cascade performance

GUO Zhengtao, CHU Wuli, JI Tianyuan, YANG Jibo, ZHANG Yaofeng
(School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: To provide a strong reference for the high-precision design and manufacture of the compressor stators, a high-load compressor stator cascade was used as the research object, and the non-intrusive polynomial chaos method based on Gaussian random input was used to quantitatively evaluate the uncertainty effect of the end wall fillet radius manufacturing error on the aerodynamic performance under the minimum loss and near stall conditions. Results showed that the uncertainty of the fillet radius error had little effect on the average level of aerodynamic performance, which was mainly reflected by the standard deviation of aerodynamic performance parameters. The robustness of aerodynamic performance can be nearly doubled by increasing the manufacturing accuracy of the fillet radius. When the manufacturing accuracy was constant, the robustness of total pressure losses under near stall conditions should be focused on to conduct the

收稿日期:2020-12-03

基金项目:国家科技重大专项(J2019-I-0011);国家自然科学基金面上项目(52076179)

作者简介:郭正涛(1996-),男,博士生,研究领域为叶轮机械气动热力学。E-mail:gzt141507108@outlook.com

通信作者:楚武利(1962-),男,教授、博士生导师,博士,研究领域为高性能轴流及离心压气机先进流动控制。
E-mail:wlcu@nwpu.edu.cn

引用格式:郭正涛,楚武利,姬田园,等.端壁倒圆半径误差对高负荷静叶栅性能影响的不确定性分析[J].航空动力学报,2021,36(10):2173-2185. GUO Zhengtao, CHU Wuli, JI Tianyuan, et al. Uncertainty analysis of effects of end wall fillet radius error on high-load stator cascade performance[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(10):2173-2185.

robustness design of the blade. According to the correlation analysis between the end wall fillet radius in the tolerance zone and the aerodynamic performance under near stall conditions, the fillet radius had a linear relationship with the aerodynamic performance, and it was required to avoid the use of blades with a rounding radius smaller than the nominal so as to obtain better aerodynamic performance. Through the uncertainty analysis of the near stall flow field, the separated flow was more sensitive to the rounding radius manufacturing error, which was the main factor causing the uncertainty of the aerodynamic performance.

Key words: uncertainty quantification; end wall fillet; manufacturing error; high-load cascade; non-intrusive polynomial chaos

压气机是航空燃气涡轮发动机的三大部件之一,对发动机性能至关重要。受结构强度与加工工艺的限制,压气机转子叶根处和静子叶根、叶尖处通常会有倒圆等结构。倒圆等结构会影响流动分离和流动损失,从而引起压气机性能的变化。这些细节影响在早期的压气机研制中通常被忽略。数值技术和计算机性能的发展使得倒圆等结构细节的气动效应得到了关注。

Debruge^[1]对压气机叶根倒圆的影响开展了机理研究,结果表明倒圆的存在可能会抑制流动分离,即可通过设计叶根倒角来控制叶片端区的流动。Müller等^[2]将 Bulb 倒圆结构加载到某压气机叶栅上进行研究,通过数值模拟和实验对比发现,最佳结构情况下可使叶栅损失降低 1.5%。Kügeler等^[3]对某多级压气机进行数值模拟时,发现倒圆的存在使得压气机能够适应更宽广的节流范围。而国内关于倒圆的研究也不少。在季路成等^[4]提出的二面角原理之后,田勇等^[5]在一种非常规倒圆形式的叶身/端壁融合(BBEW)技术研究中将此原理应用,最终此技术成功地减弱或清除了典型工况下 Rotor 67 角区的低能流动。高丽敏等^[6]研究了叶根倒圆对某压气机转子气动性能的影响,结果表明倒圆的存在导致压气机性能下降,其中倒圆半径是影响性能的主要几何因素。李兰攀等^[7-8]通过数值模拟发现全环型倒圆结构可使某高负荷压气机静叶栅的稳定工作范围扩大,端区二次流能量降低和损失减少。

可以发现,倒圆等结构细节对压气机气动性能的不确定性影响研究已较为普遍和成熟。然而在实际加工过程中,由于残余应力、切削力等因素影响,各类加工误差客观存在。美国麻省理工学院(MIT)对压气机叶片进行大量测量后^[9]发现,加工误差的大小表现出高度随机性,即具有随机不确定性。旋转机械中的加工误差导致的几何不确

定性问题^[10-13]均已被证明对气动性能产生重要影响。因此,研究加工制造过程中带来的几何不确定性对性能影响的重要性日益凸显。在压气机设计阶段,如果能够明晰加工误差的不确定性影响,将为优化公差、改善设计、提高制造工艺等奠定基础^[14]。由于加工误差导致的倒圆结构参数变化同属几何不确定性问题,它的影响以及倒圆结构参数为常数时的研究结论是否适用于不确定性时尚不明确,值得深入研究。

本文以某高负荷压气机静子叶栅为研究对象,根据真实公差带给定加工时端壁倒圆半径的概率分布,以基于高斯分布型随机输入的非嵌入式混沌多项式为不确定性量化方法,研究端壁倒圆半径误差对最小损失和近失速两工况下气动性能的不确定性影响。然后,通过相关性分析获得公差带内端壁倒圆半径与气动性能的关联性。最后,通过深入分析端壁倒圆半径误差对流场的不确定性影响,揭示气动性能不确定性变化的机理。研究结论将对指导压气机静子叶片高精度设计与制造提供有力的参考。

1 计算模型及方法

1.1 研究对象

本文研究的静子叶栅为低速($Ma < 0.3$)高负荷叶栅(C1),由某高压压气机最后一级静叶去预旋设计而成,其叶型及部分符号说明如图1所示。图中 β_1 和 β_2 分别表示进、出口气流角。表1给出了该叶栅部分几何和气动设计参数。

1.2 端壁倒圆设计

叶栅 C1 的流动机理^[15]以及端壁倒圆设计^[7-8]在课题组前期已经进行了一定的研究,并使用控制单一变量法得到了合适的倒圆结构。端壁倒圆的剖面示意如图2所示。前期研究表明,叶栅 C1 的失速是由于角区分离过大^[15];当倒圆半径 R 环

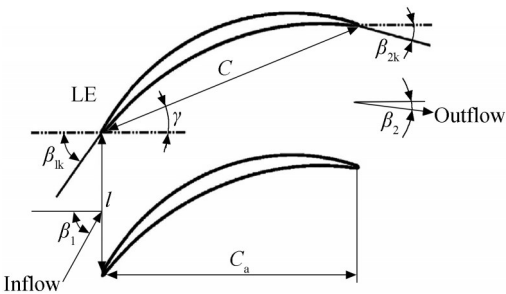


图 1 叶栅 C1 安装示意图
Fig.1 Cascade C1 configuration diagram

表 1 叶栅 C1 设计参数 Table 1 Cascade C1 design parameters	
参数	数值
叶高 H/mm	200
弦长 C/mm	114.3
轴向弦长 C_a/mm	107
安装角 $\gamma/(\circ)$	20.5
栅距 l/mm	53.4
几何进口气流角 $\beta_{1k}/(\circ)$	52
几何出口气流角 $\beta_{2k}/(\circ)$	12
扩压因子 (DF)	0.5

绕叶片不变且为端壁附面层厚度大小的一半(叶栅 C1 的端壁附面层厚度为 25 mm),即 $R=12.5\text{ mm}$ 时,端壁倒圆对叶栅 C1 的角区失速改善效果较佳。补充说明:不变的 R 还可表征当前压气机叶片加工的实际状况。因此,本文对叶栅 C1 施加上述设计的端壁倒圆结构,记作叶栅 C2;在叶栅 C2 的基础上,研究 R 的加工误差对气动性能和流场的不确定性影响。

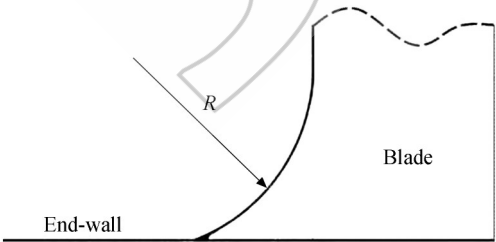


图 2 端壁倒圆剖面示意图
Fig.2 Schematic diagram of end wall fillet section

1.3 倒圆半径尺寸分布形式

假设压气机叶片端壁倒圆的加工标准与一般加工件的倒圆加工标准一致。一般加工件的倒圆半径公差带由国标 GB-T1804-2000^[16]给出。表 2

给出了不同精度等级下一般加工件的倒圆半径极限偏差数值。由表可得,叶栅 C2 的端区倒圆半径在精密加工时的极限偏差为 $\pm 1\text{ mm}$,在粗糙加工时的极限偏差为 $\pm 2\text{ mm}$ 。

表 2 倒圆半径尺寸的极限偏差 ^[16] Table 2 Limit deviation of fillet radius ^[16] mm				
精度等级	基本尺寸分段/mm			
	0.5~3	>3~6	>6~30	>30
精密	± 0.2	± 0.5	± 1	± 2
中等				
粗糙	± 0.4	± 1	± 2	± 4
最粗				

已有研究表明,当一批工件总数满足大样本条件时,基于高斯过程的加工误差分布对实际的几何加工误差测量数据吻合较好^[17]。因此在加工误差的不确定性影响下,本文认为倒圆半径值也服从高斯分布,同时倒圆半径随机变化范围在均值(μ)上下变化 3 倍标准差(σ)。需要说明的是,选用 $\pm 3\sigma$ 的倒圆半径变化范围可保证在该范围内的取值占倒圆半径完整高斯分布概率的 99.74%,完全满足实际工程需要。若以倒圆半径的设计值为均值,极限偏差限为加工误差随机变化的上下限,则在精密(中等)精度加工时, $R \sim N(12.5, 0.333\ 33^2)$,在粗糙(最粗)精度加工时, $R \sim N(12.5, 0.666\ 67^2)$ 。

1.4 数值方法及其有效验证

对叶栅使用软件 NUMECA/Autogrid5 生成 H-O4H-H 型结构化网格。考虑到叶栅具有周期性和对称性,本文的计算域网格仅建立在单通道半叶高范围内,其中入口位于叶栅前缘上游 $1.2C_a$ 位置处,出口位于叶栅尾缘下游 $2.0C_a$ 位置处。为了更好地模拟出加工误差的影响,需对文献[15]中已通过网格无关性检验的叶栅网格(总数量约为 769 000)进行加密。经加密后,近壁第 1 层网格高度约为 $3 \times 10^{-6}\text{ m}$,对应的 $y^+ < 0.6$,网格总数量约为 150 万。叶栅 C2 吸力面、端壁、端壁处前缘及尾缘的计算网格如图 3,图中 LE、TE 分别表示叶栅的前缘和尾缘,SS 表示吸力面。

数值计算采用 NUMECA/FineTurbo 定常求解雷诺时均 Navier-Stokes 方程,湍流模型选用 Wlicox $k-\omega$ 模型。进口条件给定带有端壁附面层厚度的速度分布和绝对静温;出口条件给定海平

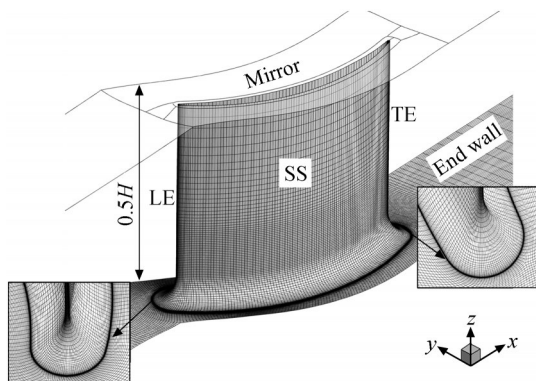


图3 叶栅C2计算域网格

Fig.3 Computational grid of cascade C2

面标准大气压力;叶中平面给定对称条件;固体壁面均给定绝热无滑移条件。空间离散采用2阶中心差分格式,时间离散采用4阶4步Runge-Kutta格式。计算残差在各工况下收敛至 10^{-5} ,且各监控物理量无明显数值波动。

为校验数值方法的准确性,由于缺乏叶栅C2的实验数据,对设计攻角下原型叶栅C1的数值结果和实验结果^[18]进行对比。图4对比了油流实验图和数值极限流线图。由图4(a)标注,端壁面内主要临界点位置(叶根前缘区鞍点位置S1、马蹄涡形成的两个分支与吸、压力面相交形成的驻点位置N1、N2)预测准确,且流动拓扑与实验基本相符。

进一步地,图5对比了1.4C₀截面处实验与数

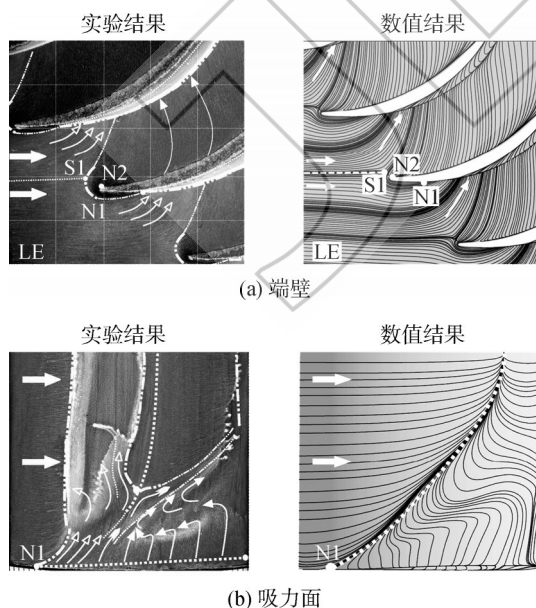
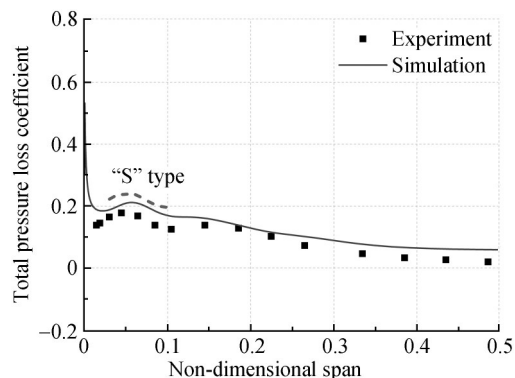
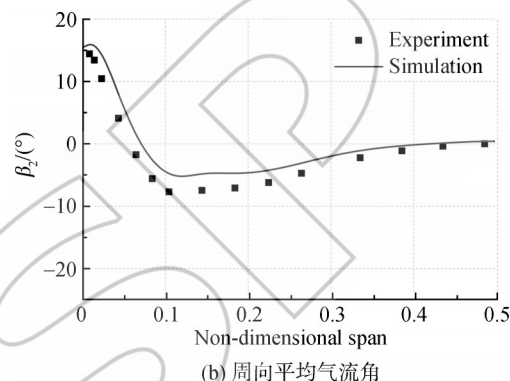


图4 原型叶栅C1的油流实验图与数值极限流线图

Fig.4 Oil-flow visualizations and numerical limiting streamlines of prototype cascade C1



(a) 周向平均无量纲总压损失



(b) 周向平均气流角

图5 1.4C₀截面处原型叶栅C1的数值结果和实验结果Fig.5 Numerical and experiment results at 1.4C₀ section of prototype cascade C1

值结果的差异。由图5(a)知,0.1H内无量纲总压损失的“S”型凹凸位置与实验几乎一致,说明计算可准确反映端壁二次流与角区分离的相互作用。由图5(b)知,于0.1H左右的出口气流欠偏转现象定位准确,表明计算可预测出低能流体堆积的高度。虽然计算结果具有一定误差,但这些定量的偏差会因计算基准的一致性而在对比研究中相互消除^[15]。

此外,所用的数值方法相继被应用于多工况下叶栅C1的角区分离流动控制研究^[19-20],间接说明数值方法对于多工况的计算同样具有一定有效性。综上所述,认为所用的计算域网格和数值方法可用于本文的研究。

2 不确定性量化方法

本文通过自主编程发展的非嵌入式多项式混沌(non-intrusive polynomial chaos, NIPC)程序对端壁倒圆半径误差影响进行不确定性分析,其基本执行流程图如图6所示。

假设服从高斯分布的 n 维连续性随机输入变

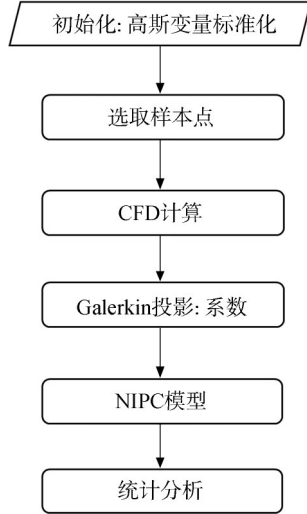


图 6 多项式混沌方法执行流程图

Fig.6 Flowchart of polynomial chaos expansion

量为 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 且满足 $E[x_i x_j] = 0 (i \neq j)$, 首先需要根据式(1)将其转化为服从标准高斯分布的变量 $\xi = (\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})^T$ 。

$$\xi_{i_j} = \frac{x_j - \mu_{x_j}}{\sigma_{x_j}} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

多项式混沌展开是一种响应面法。对于某不确定性输出 y , 多项式混沌展开的函数式^[21]为

$$y(\xi) = a_0 I_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} a_{i_1} I_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} a_{i_1 i_2} I_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \dots \quad (2)$$

式中 $a_{i_1}, a_{i_1 i_2}, a_{i_1 i_2 i_3}, \dots$ 为待定系数; 当多维随机性输入 ξ 服从标准高斯分布时, $I_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})$ 是关于 $\xi = (\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})^T$ 的 n 阶 Hermite 多项式。

引入变量 $\psi_j(\xi)$ 和 α_j 分别表述 $I_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})$ 和 $a_{i_1}, a_{i_1 i_2}, a_{i_1 i_2 i_3}, \dots$, 式(2)可化简为

$$y = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j \psi_j(\xi) \quad (3)$$

其中 $\psi_j(\xi)$ 是一个完备的正交基。

在实际应用中, 通常根据多维随机性输入 ξ 的有限维数 n 和多项式混沌展开的有限阶数 r , 将式(3)截断为

$$y = \sum_{j=0}^{P-1} \alpha_j \psi_j(\xi) \quad (4)$$

式中 P 为式(3)求和的上限, 满足 $P = (n+r)! / (n!r!)$ 。

若给定一组随机性输入变量值及对应的不确

定性输出变量值, 则可通过 Galerkin 投影法求解各项展开系数 α_j 。Galerkin 投影法利用多项式的正交性, 进行内积操作将函数分别投影到每个基函数项上, 从而得到相应的展开系数, 即

$$\alpha_j = \frac{\langle y, \psi_j \rangle}{\langle \psi_j^2 \rangle} = \frac{1}{\langle \psi_j^2 \rangle} \int_{\Omega} y(\xi) \psi_j(\xi) \rho(\xi) d\xi \quad (5)$$

式中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示内积运算, Ω 为 ξ 的定义域, $\rho(\xi)$ 为 ξ 对应的联合概率密度函数。此外, 上式采用 Gauss-Hermite 数值积分法求解。

求得展开系数 α_j 之后, 根据混沌多项式的正交性, 不确定性输出变量 y 的均值 μ_y 和标准差 σ_y 分别为

$$\mu_y = E[y] = \alpha_0 \quad (6)$$

$$\sigma_y = \sqrt{E[(y - \mu_y)^2]} = \sqrt{\sum_{j=1}^{P-1} [\alpha_j^2 \langle \psi_j^2 \rangle]} \quad (7)$$

国内外相关研究^[22-24]均已证明, 4 阶 ($r=4$) NIPC 足以量化压气机气动参数的不确定性问题, 其中气动参数的不确定性通常由气动参数的 μ 和 σ 反映。但若获得气动参数的概率分布, 则对 NIPC 模型函数(式(2))响应的预测精度要求更高, 即在不确定性分析时可能需要将 NIPC 阶数设定在 4 以上。为确定用于不确定性分析的 NIPC 阶数, 这里首先对某非线性函数展开实验。本文研究端壁倒圆半径误差的不确定性为单变量问题 ($n=1$), 因而选取一维非线性函数进行实验, 实验的函数如下:

$$f(x) = 10 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \left[e^{-\frac{(x+2.7)^2}{2}} + e^{-\frac{(x-2.7)^2}{8}} \right] \quad (8)$$

其中 $x \sim N(2, 0.5^2)$ 。基于 NIPC 和蒙特卡洛模拟 (Monte Carlo simulation, MCS) 方法的函数统计结果如表 3 所示, 其中 MCS 是直接 MCS 结果, 作为精确解用于对比分析, 当统计值变化在 100 步以内小于 1×10^{-5} 时, 认为 MCS 样本收敛; N_1 表示构造 NIPC 模型所需要的高斯点数; N_2 表示最终 MCS 样本收敛时的样本数; N_3 表示用于检验 NIPC 模型函数响应精度的样本数, 对应的样本通过 MCS 获得; e_{ave} 和 e_{rms} 分别表示 NIPC 模型函数响应的平均误差和方均根误差, 定义如下:

$$e_{ave} = \frac{1}{N_3} \sum_{i=1}^{N_3} |f(x^i) - y(x^i)| \quad (9)$$

表 3 非线性函数实验结果
Table 3 Results of non-linear function experiment

参数	MCS	NIPC		
		$r=4$	$r=6$	$r=7$
μ	3.654 03	3.654 03	3.654 03	3.654 03
σ	0.328 97	0.328 96	0.328 97	0.328 97
$e_{ave}/10^{-4}$		5.5	1.6	0.15
$e_{rms}/10^{-4}$		8.1	0.89	0.22
N_1		5	7	8
N_2	594 200			
N_3		594 200	594 200	594 200

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_3 - 1} \sum_{i=1}^{N_3} |f(x^i) - y(x^i)|^2} \quad (10)$$

通过与 MCS 的结果对比发现:采用 NIPC 方法可以保证在统计精度的基础上明显减少计算样本数。此外,对比 3 种不同阶数的 NIPC 模型看出,4 阶 NIPC 方法对于函数响应均值和标准差的计算已基本收敛;随着 NIPC 阶数的提高,NIPC 模型函数响应的 e_{ave} 和 e_{rms} 相应地减小;当 NIPC 阶数为 7 时,模型函数响应的 e_{ave} 和 e_{rms} 达 10^{-5} 数量级。因此,最终将 NIPC 阶数设定为 7。

3 结果与讨论

3.1 研究工况选择

本文使用总压损失系数 ζ 和静压系数 C_p 两大参数来考量静子(叶栅)的气动性能,其中 ζ 用于评估气动损失, C_p 用于评估负荷(扩压能力)。

$$\zeta = \frac{p_{in} - p_{out}^*}{q_{in}} \quad (11)$$

$$C_p = \frac{p_{out} - p_{in}}{q_{in}} \quad (12)$$

式中 p^* 、 p 和 q 分别表示基于质量流平均的总压、静压和动压;下标 in 和 out 分别表示进口和出口。

图 7 给出了端壁倒圆半径为设计值时叶栅 C2 的气动性能特性曲线。通过总压损失特性线可以看出,最小损失点的进气角为 49° 。若以最小损失系数(ζ_{min})的 2 倍为稳定工作范围^[25],则近失速工况的进气角约为 61.9° 。其中,近失速工况的进气角以 0.1° 的间隔逐渐逼近。最终选定的最小损失点和近失速工况点如图 7 的红色标记点所示。

对于压气机而言,峰值效率点和近失速点的

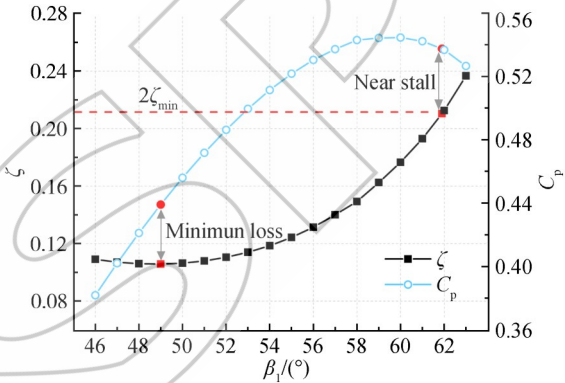


图 7 端壁倒圆半径为设计值时叶栅 C2 的气动性能特性线

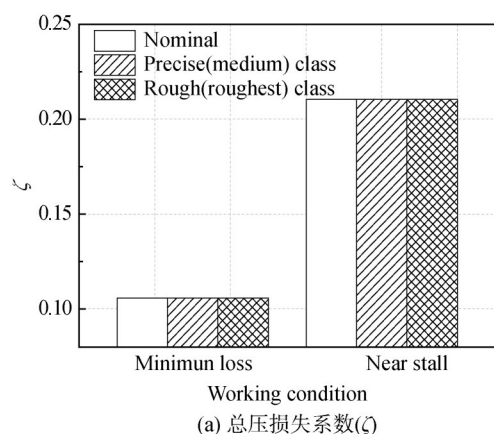
Fig.7 Aerodynamic performance curves of cascade C2 when the end wall fillet radius is the nominal

气动性能是常关注的。因此,本文选定端壁倒圆半径为设计值时叶栅 C2 的最小损失点和近失速点进行研究。由于加工误差导致的几何不确定性仅来源于加工过程,上述选定的两个工况在不确定性分析时应保证相同的倒圆半径误差扰动。

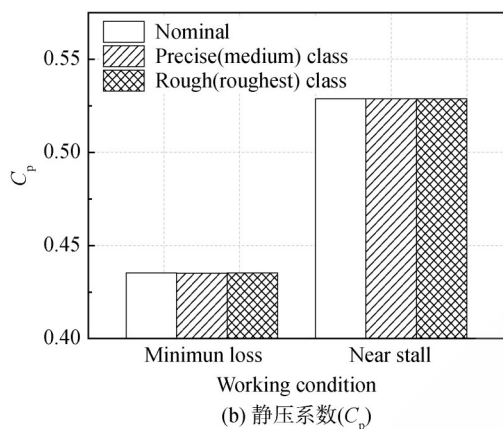
3.2 气动性能不确定性分析

根据式(6)和式(7),可获得不同端壁倒圆半径加工精度下气动性能的统计参数。图 8 对比了不同加工精度下气动性能的平均值。可知,在最小损失和近失速工况下,两种加工精度下的平均气动性能与倒圆半径为设计值时的气动性能数值几乎完全一致,表明倒圆半径误差对气动性能的平均水平几乎不造成任何影响。因此,可认为气动性能受到的不确定性影响主要反映在气动性能参数的标准差上。

图 9 比较了不同加工精度下气动性能的标准差。可知,在最小损失和近失速这两个工况下,精



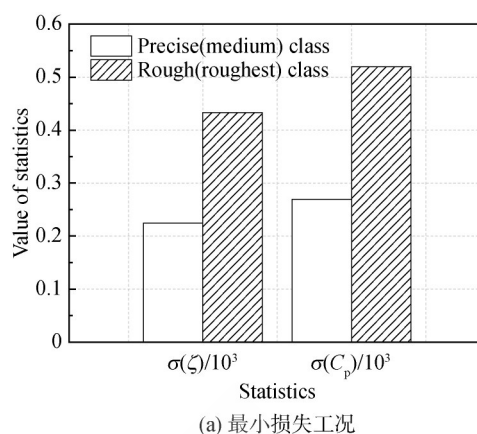
(a) 总压损失系数(ζ)



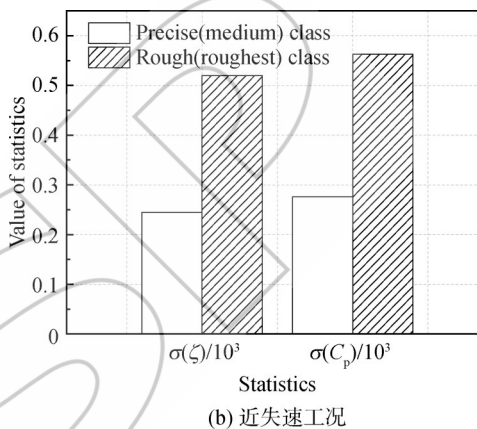
(b) 静压系数(Cp)

图 8 不同加工精度下的平均气动性能

Fig.8 Mean aerodynamic performance under different manufacturing accuracies



(a) 最小损失工况



(b) 近失速工况

图 9 不同加工精度下气动性能的标准差

Fig.9 Standard deviation of aerodynamic performance under different manufacturing accuracies

密(中等)精度加工时气动性能的标准差约为粗糙(最粗)精度加工时的 1/2,表明提高倒圆半径的加工精度可提升近气动性能的鲁棒性将近一倍。

图 10 详细给出了气动性能标准差的相对增量值,图中 σ_m 、 σ_n 分别表示最小损失和近失速工况下气动性能的标准差值。可知,在各加工精度下,气动性能标准差的相对增量值均大于零,表明倒圆半径误差对近失速工况下气动性能的不确定性影响更大;而总压损失系数标准差的相对增量值是静压系数标准差的相对增量值的 2~3 倍,表明倒圆半径误差主要对气动损失产生不确定性影响。结合以上两点结论可得,加工精度一定时,为对叶片进行鲁棒性优化设计,应重点关注近失速工况下气动损失的鲁棒性。由图 10 还可知,相对于精密(中等)精度,粗糙(最粗)精度加工时,总压损失系数标准差的相对增量值更大,高达 19.86%。为给粗糙(最粗)加工精度下叶片的鲁棒性优化设计提供进一步的指导建议,定义局部总压损失系数(ω)

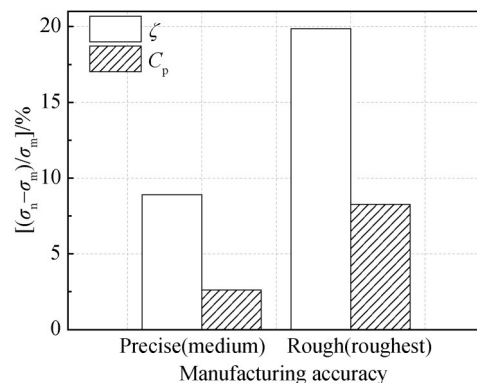


图 10 气动性能标准差的相对增量值

Fig.10 Relative standard deviation increment of aerodynamic performance

$$\omega = \frac{\int_{z_1}^{z_2} p_{in}^*(z) - p_{A_x}^*(z) dz}{\int_{z_1}^{z_2} q_{in}(z) dz} \quad (13)$$

式中 z 为展向坐标;下标 A_x 表示轴向参考截面。

图 11 为粗糙(最粗)精度加工时近失速工况下局部总压损失系数的统计特性图,其中轴向参

考截面选取的是尾缘后 $0.4C_a$ 位置处截面。对图中结果计算后可得, $0\sim 0.25H$ 叶高的总压损失系数均值是 $0.25H\sim 0.5H$ 的 1.06 倍, $0\sim 0.25H$ 的总压损失系数标准差是 $0.25H\sim 0.5H$ 的 1.69 倍。由此可见, 倒圆半径误差对气动损失的平均影响和不确定性影响均主要集中在靠近端壁的 $0.25H$ 以内区域。因此, 粗糙(最粗)精度加工时, 为了对叶片进行鲁棒性优化设计, 应着重关注上述叶高区域内近失速工况下气动损失的鲁棒性。

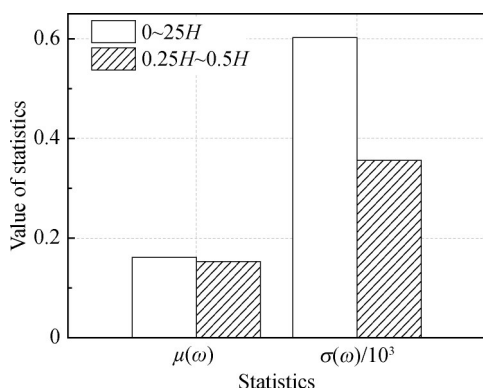


图11 粗糙(最粗)精度加工时近失速工况下局部总压损失系数的统计特性

Fig.11 Statistical characteristics of local total pressure loss under near stall conditions during rough (roughest) machining

3.3 端壁倒圆半径与气动性能的关联性分析

根据文中第3.2节的分析可知, 相对于最小损失工况, 端壁倒圆半径误差对近失速工况下气动性能的不确定性影响更大。为了给端壁倒圆的加工或检测提供一定的指导建议, 本节着重讨论公差带内倒圆半径与近失速工况下气动性能参数的关联性。

所谓相关性分析实际上是通过协方差确定两个变量之间的相关性。设有高斯分布型随机变量 p_1 和 p_2 , 则统计学上这两变量之间的协方差计算公式为

$$\rho(p_1, p_2) = \frac{\sum_{k=1}^n (p_1^k - \bar{p}_1)(p_2^k - \bar{p}_2)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (p_1^k - \bar{p}_1)^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n (p_2^k - \bar{p}_2)^2}} \quad (14)$$

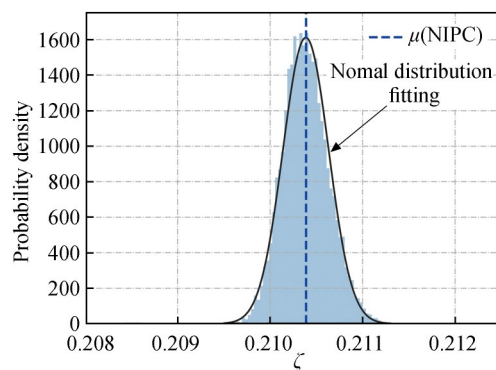
式中 ρ 代表 p_1 和 p_2 之间的 Pearson 系数, 其值反映了两个变量之间的关联程度。对于 p_1 和 p_2 而言, 总有 $|\rho| \leq 1$ 。 $|\rho|$ 越接近 1, 则 p_1 与 p_2 的线性关联性越紧密, 当 $|\rho|$ 取 1 时说明 p_1 与 p_2 具有线性关系, 当

ρ 取 0 时则 p_1 与 p_2 互为独立变量。 ρ 的符号说明 p_1 与 p_2 变化的方向, 当 $\rho > 0$ 时, p_1 与 p_2 同向变化, 反之, 则 p_1 与 p_2 反向变化。

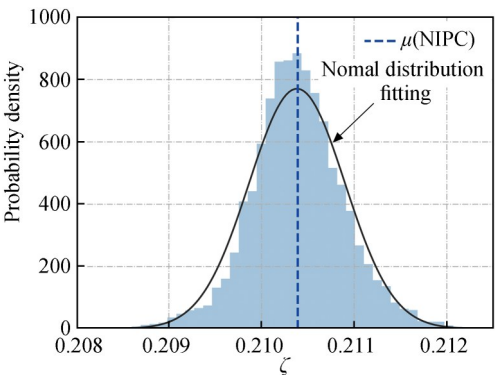
相关性分析之前, 利用 Latin Hypercube 方法对 $R \sim N(12.5, 0.333\ 33^2)$ 和 $R \sim N(12.5, 0.666\ 67^2)$ 这两个随机性输入变量分别生成 50 组测试样本, 并通过 CFD 得到测试样本的气动性能参数值, 最终分别对相应的 NIPC 模型函数进行预测精度检测。通过计算得到 50 组测试样本的气动性能参数的 e_{ave} 和 e_{rms} 小于 2×10^{-5} , 可以认为本文建立的所有 NIPC 模型函数对气动性能参数的预测精度满足要求。

Pearson 系数的计算要求两变量近似服从高斯分布, 因此在讨论相关性前还需对气动性能参数的概率分布进行检验。通过 MCS 方法对 $R \sim N(12.5, 0.333\ 33^2)$ 和 $R \sim N(12.5, 0.666\ 67^2)$ 这两个随机性输入变量分别生成 1×10^5 组随机样本, 并利用相应的 NIPC 模型函数对这些随机样本的气动性能参数值进行预测, 进而获取不同精度加工时气动性能参数的概率分布直方图, 如图 12 和图 13 所示。图中虚线表示根据式(6)计算得到的均值, 实线表示高斯分布的拟合曲线。由图可知, 近失速工况时, 两个加工精度下总压损失与静压系数均近似服从高斯分布。结合上述 1×10^5 组样本的倒圆半径值和对应的气动性能参数值初步可得, 与倒圆半径的设计值相比, 倒圆半径的加工值偏大时叶栅气动性能有所提升, 反之有所降低。详细论证说明可见后续的相关性分析。

表 4 给出了倒圆半径与气动性能参数的 Pearson 相关系数值。可以看出, 两个加工精度下, 倒圆半径与总压损失系数负线性相关, 与静压系数正线性相关, 即叶栅气动性能随倒圆半径的增大而线性提升。而由图 8 的分析结果可知, 受倒圆半径加工误差不确定性影响时的平均气动性



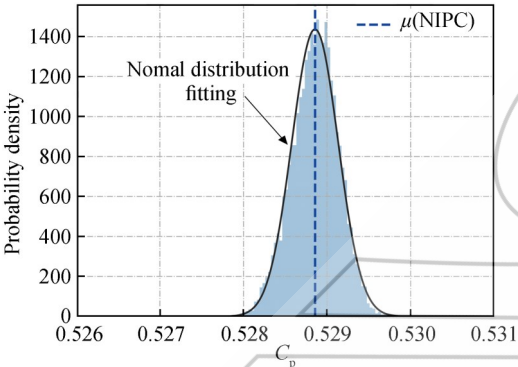
(a) 精密(中等)加工精度, $R \sim N(12.5, 0.33333^2)$



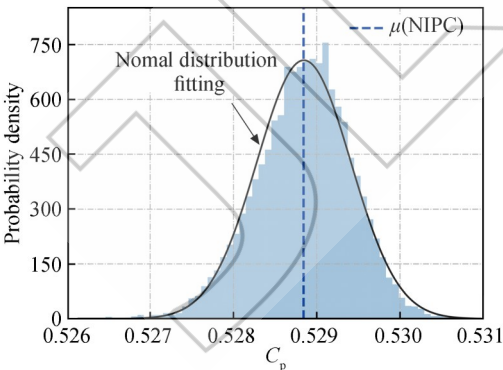
(b) 粗糙(最粗)加工精度, $R \sim N(12.5, 0.66667^2)$

图 12 不同精度加工时近失速工况下总压损失的概率分布

Fig.12 Probability distribution of total pressure loss coefficient under different manufacturing accuracies



(a) 精密(中等)加工精度, $R \sim N(12.5, 0.33333^2)$



(b) 粗糙(最粗)加工精度, $R \sim N(12.5, 0.66667^2)$

图 13 不同精度加工时近失速工况下静压系数的概率分布

Fig.13 Probability distribution of static pressure coefficient under different manufacturing accuracies

能与倒圆半径为设计值时的气动性能数值几乎完全一致。由此可得,避免倒圆半径与设计值相比偏小的叶片投入使用,将获得良好的近失速工况气动性能,反之则会获得较差的近失速工况气动

表 4 倒圆半径与近失速工况下气动性能的 Pearson 系数值

Table 4 Pearson coefficient between fillet radius and aerodynamic performance under near stall conditions		
变量	$\rho(R, \zeta)$	$\rho(R, C_p)$
$R \sim N(12.5, 0.33333^2)$	-0.991183	0.998548
$R \sim N(12.5, 0.66667^2)$	-0.993804	0.998549

性能。

3.4 流场不确定性分析

本节重点讨论端壁倒圆半径误差对近失速工况流场的不确定性影响。经过研究发现,精密(中等)精度加工时倒圆半径误差对近失速工况流场的不确定性影响与粗糙(最粗)时类似,差别仅体现在流场不确定性变化的幅度上,即标准差上。而为了在分析时更明显地体现出流场的不确定性变化,本节选取粗糙(最粗)精度加工时的近失速工况流场进行不确定性分析。

图 14 为近失速工况的平均极限流线。可以观察到,由于吸、压力面存在横向压差以及通道内存在流向逆压梯度,端壁上生成了横向二次流;在二次流的驱动下,低速流体逐渐向吸力面角区运动,并在端壁倒圆的平滑过渡下进一步沿吸力面向上爬升;最终在流向逆压梯度的作用下,大量低速流体从吸力面端区开始堆积直至中间叶高,吸力面叶表形成一条分离线。上述流场现象与倒圆半径为设计值^[8]时的流场现象基本吻合,说明倒圆半径误差对流场平均水平影响较小。因此,可

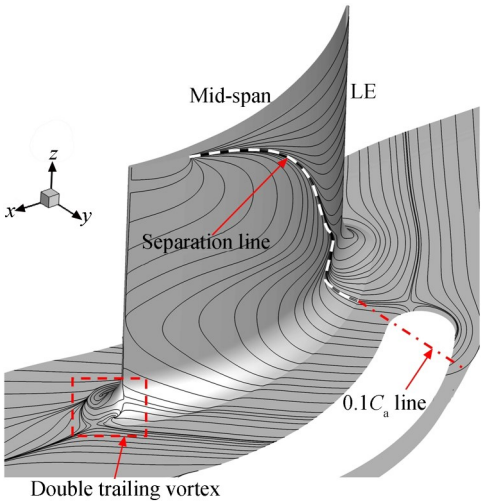


图 14 近失速工况时吸力面和端壁的平均极限流线

Fig.14 Mean limited streamlines on suction surface and end wall under near stall conditions

认为流场受到的不确定性影响主要体现在流场参数的标准差上。

实质上,端壁倒圆是通过重新分配端壁附近横向压差以及流向逆压梯度的大小,从而改变横向压差和流向逆压梯度对端壁二次流的驱动和作用,进而影响角区/端区分离规模的^[8]。若要分析倒圆半径误差对流场的不确定性影响,首先需要对近端壁处横向压差及流向逆压梯度的不确定性进行分析。为此,引入无量纲的横向压差 $\Delta p_{c,nor}$ 和流向压差 $\Delta p_{f,nor}$ 。

$$\Delta p_{c,nor} = \frac{\Delta p_c(x, z=1\%H)}{q_{in}(z=1\%H)} \quad (15)$$

$$\Delta p_{f,nor} = \frac{\Delta p_f(x, z=1\%H)}{q_{in}(z=1\%H)} \quad (16)$$

式中 Δp_c 表示压力面与吸力面的静压差, Δp_f 表示叶片通道内与进口的周向平均静压差; x 为轴向坐标, H 表示叶高。

图15表征了近失速工况时不同轴向弦长处无量纲横向压差和流向压差的统计特性,其中标准差用于量化流场参数受倒圆半径误差不确定性影响的波动幅度。由图15的均值曲线看出,横向压差均值在前缘附近先达到最大值,而后沿轴向逐渐回落,在约 $0.2C_a$ 前相对较高;流向压差斜率(流向逆压梯度)均值沿轴向先增大后逐渐减少,在约 $0.2C_a$ 前相对较大。上述规律与倒圆半径为设计值^[8]时几乎一致,进一步说明倒圆半径误差对流场平均水平影响较小。由图15的标准差曲线看出,横向和流向压差的波动幅度沿轴向分布的趋势几乎完全一致,其差异主要体现在波动幅度的大小上。在约 $0.15C_a \sim 0.9C_a$ 范围内,流向压差几乎无波动,而横向压差却保持一定的波动,表明近端壁流动的不确定性主要来源于横向压差的不确定性。

因此,下面通过重点分析横向压差的不确定性来考察近端壁流动的不确定性。由图15(a)的标准差曲线可知,近端壁处主要存在3处不确定性较大的流动,分别对应着横向压差的3处波动峰值。除了前缘绕流流体加速导致的波动峰值^[26]外,横向压差在 $0.1C_a$ 和尾缘附近还存在两个较小的波动峰值。对应图14可知,这两处位置分别位于分离线起始点和尾缘对涡结构附近。进一步结合图14的分析可得,位于分离线起始点附近的流动不确定性,将可能影响低速流体在端区的堆积,进而影响半叶高内的流动分离。

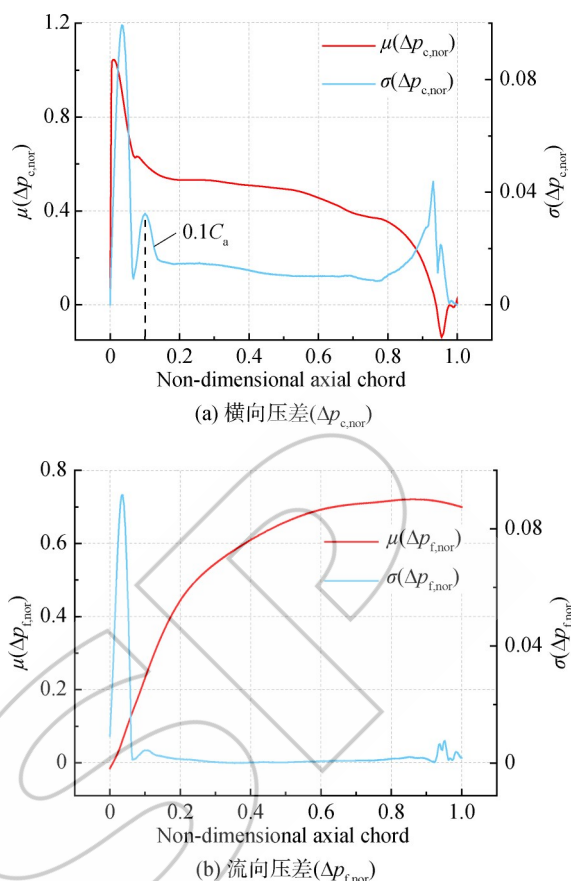


图15 近失速工况时不同轴向弦长处横向和流向压差的统计特性

Fig.15 Statistics of cross and flow differential pressure at different axial chord positions under near stall conditions

较高叶展流动将受近端壁流动的影响,因而高叶展的流动也将产生不确定性。为分析较高叶展处流动的不确定性,定义叶表压力系数 $C_{p,blade}$

$$C_{p,blade} = \frac{p_{blade}(x, y, z) - p_{in}(z)}{q_{in}(z)} \quad (17)$$

式中 $p_{blade}(x, y, z)$ 表示叶片表面上任一点的静压。

图16对比了近失速工况下 $0.1H$ 、 $0.25H$ 和 $0.375H$ 处叶表压力系数的统计结果。图中SS和PS分别表示叶片的吸、压力面。图16的上半部分为压力系数的均值沿弦长方向的分布。可知,不同叶高处压力系数均值的差异主要体现在吸力面,并且各个叶高处的气动负荷主要集中在吸力面的前 $0.36C$ 范围内。图16的下半部分为压力系数的标准差沿弦长方向的分布。可以观察到,在3个叶高处,压力系数在前缘附近均出现一个极大的波动峰值,而在尾缘附近均表现平稳且波动幅度较小。这说明不同叶高处的前缘绕流均受到

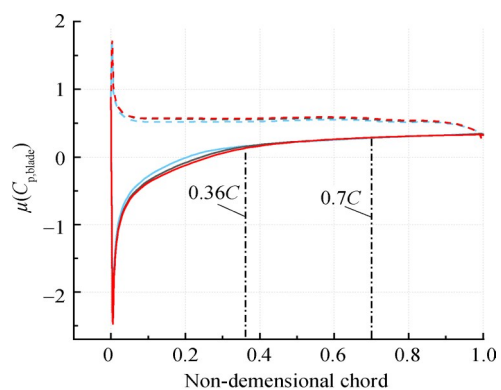
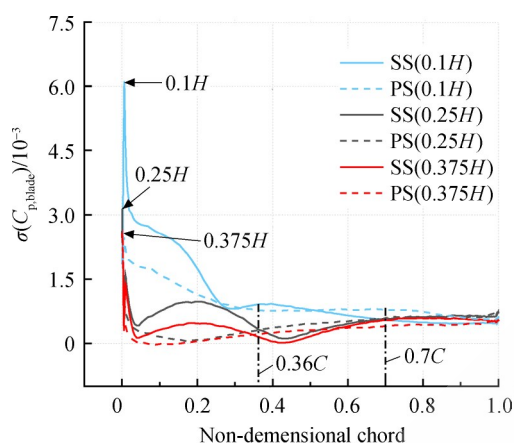
(a) 叶表压力系数的平均值($\mu(C_{p,blade})$)(b) 叶表压力系数的标准差($\sigma(C_{p,blade})$)

图 16 近失速工况时不同叶高处叶表压力系数的统计特性

Fig.16 Statistics of blade surface pressure coefficient for different spans under near stall conditions

了较显著的不确定性影响。还可观察到,当叶高一定时,在约 $0.36C$ 前,吸力面压力系数的波动幅度相对较大且较为明显地高于压力面,而该弦长范围正是气动负荷集中的区域。这说明吸力面上气动负荷集中区域的流动受到的不确定性影响显著,将可能诱导附面层分离产生不确定性。当叶高截面向叶中展提升时,大约前 $0.7C$ 范围内的压力系数波动幅度也随之减少,而后 $0.7C$ 范围内的压力系数波动幅度变化相对较小,表明流动不确定性沿端壁至叶中展整体上具有减小的趋势。

根据以上分析可得,倒圆半径误差主要对叶栅前缘绕流和分离流动产生不确定性影响。参照图 17 和图 18 给出的 $0.15H$ 处局部流场图可知,当整个流域的总压损失发生变化时,吸力面前缘加速段的峰值速度区面积和吸力面的轴向回流区面积也随之变化。这意味着气动性能的不确定性与前缘绕流和分离流动的不确定性密切相关。为将这两大流动不确定性与气动性能的不确定性相关

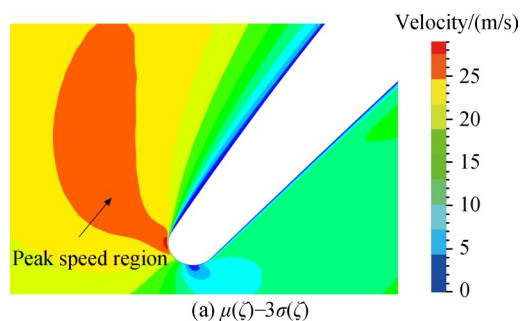
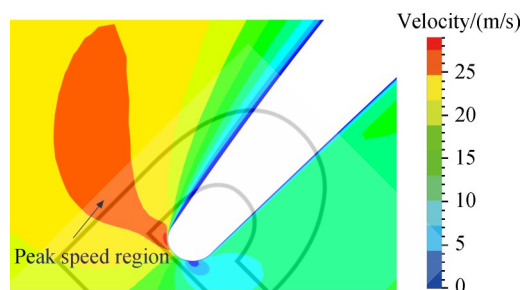
(a) $\mu(\zeta) - 3\sigma(\zeta)$ (b) $\mu(\zeta) + 3\sigma(\zeta)$

图 17 15% 叶高处局部速度云图

Fig.17 Local velocity magnitude contours at 15% span

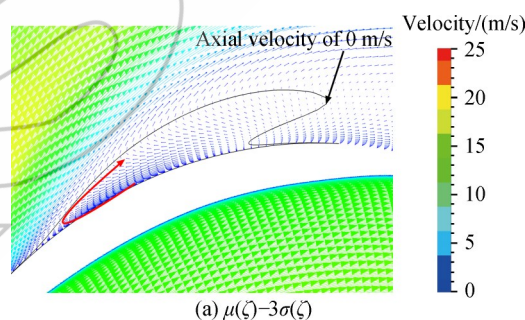
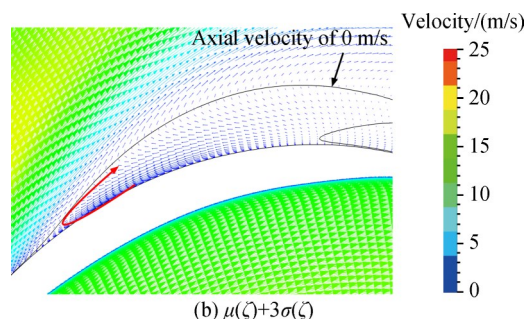
(a) $\mu(\zeta) - 3\sigma(\zeta)$ (b) $\mu(\zeta) + 3\sigma(\zeta)$

图 18 15% 叶高处局部速度矢量图

Fig.18 Local velocity vectors diagram at 15% span

联,将总压损失 ζ 分解为前缘损失 ζ_{LE} 和分离流损失 ζ_{SE} ,即

$$\zeta = \zeta_{LE} + \zeta_{SE} = \frac{p_{in}^* - p_1^*}{q_{in}} + \frac{p_1^* - p_{out}^*}{q_{in}} \quad (18)$$

式中 p_1^* 表示叶栅 $0.1C_a$ 面上基于质量流平均的总压。

图19给出了前缘损失、分离流损失和总损失的不确定性量化结果。由图中结果计算可知,分离流损失均值约占总损失均值的63.46%,说明分离流损失是流场中最主要的气动损失。前缘损失标准差约是总损失标准差的0.31倍,分离流损失标准差约是总损失标准差的0.74倍,表明分离流损失对于倒圆半径误差更为敏感。因此可认为分离流动对倒圆半径误差更为敏感,是引起气动性能不确定性变化的主要因素。

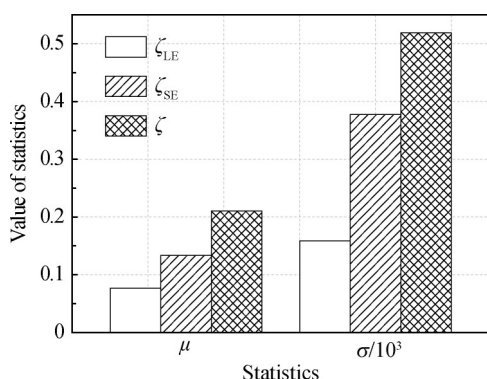


图19 近失速工况时前缘损失、分离流损失和总损失的统计特性

Fig.19 Statistics of leading edge loss, separation flow loss and total loss under near stall conditions

4 结 论

本文发展了基于高斯分布型随机输入的NIPC程序,并以此研究了端壁倒圆半径误差对最小损失工况以及近失速工况下某高负荷压气机静叶栅性能的不确定性影响;利用Pearson相关性分析获得了公差带内端壁倒圆半径与气动性能的关联性;通过分析端壁倒圆半径误差对近失速流场的不确定性影响,阐释了近失速工况下气动性能不确定性变化的原因。主要结论如下:

1) 倒圆半径误差的不确定性对气动性能的平均水平影响不大,主要反映在气动性能参数的标准差上。随着倒圆半径加工精度的提高,各工况下气动性能的标准差减少约一半,气动性能的鲁棒性提升近一倍。加工精度一定时,相对于最小损失工况,近失速工况下总压损失系数的标准差显著增加,因而为对叶片进行鲁棒性优化设计,应重点关注近失速工况下气动损失的鲁棒性。

2) 近失速工况时,总压损失与静压系数均近似服从高斯分布;倒圆半径与总压损失系数负线性相关,与静压系数正线性相关。为获得良好的

近失速工况气动性能,应避免倒圆半径与设计值相比偏小的叶片投入使用。

3) 近失速流场的平均水平和倒圆半径为设计值时的近失速流场几乎一致,流场受到的不确定性影响主要体现在流场参数的标准差上。近失速工况时,倒圆半径误差主要对前缘绕流和分离流动产生不确定性影响。将这两大流动不确定性与近失速工况下气动性能的不确定性相关联,可知分离流动对于倒圆半径误差更为敏感,是引起近失速工况下气动性能不确定性变化的主要因素。

参考文献:

- [1] DEBRUGE L L. The aerodynamic significance of fillet geometry in turbo compressor blade rows[J]. Journal of Engineering for Power, 1980, 102(4):984-993.
- [2] MÜLLER R, SAUER H, VOGELER K, et al. Influencing the secondary flow losses in compressor cascades by a leading edge bulb modification at the endwall[R]. ASME Paper GT2002-30442, 2002.
- [3] KÜGELER E, WEBER A, NÜRNBERGER, et al. Influence of blade fillets on the performance of a 15 stage gas turbine compressor[R]. ASME Paper GT2008-50748, 2008.
- [4] 季路成,程荣辉,邵卫卫,等.最大负荷设计之:角区分离预测与控制[J].工程热物理学报,2007,28(2):219-222.
JI Lucheng, CHENG Ronghui, SHAO Weiwei, et al. Prediction and control of corner separation for use in maximizing blade loading[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2007, 28(2):219-222. (in Chinese)
- [5] 田勇,季路成,李伟伟,等.叶身/端壁融合技术工况的适用性[J].航空动力学报,2013,28(8):1905-1913.
TIAN Yong, JI Lucheng, LI Weiwei, et al. Applicability of blended blade and endwall under different operating conditions[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(8):1905-1913. (in Chinese)
- [6] 高丽敏,蔡宇桐,李萍,等.叶根倒角对跨音速轴流压气机气动性能的影响[J].机械工程学报,2016,52(20):137-143.
GAO Limin, CAI Yutong, LI Pin, et al. Influence of blade-root fillet on transonic rotor performance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(20):137-143. (in Chinese)
- [7] 李兰攀,楚武利,张皓光.端壁倒圆对高负荷压气机叶栅性能及流场影响的机理研究[J].推进技术,2017,38(12):2743-2752.
LI Lanpan, CHU Wuli, ZHANG Haoguang. Mechanism study of end-wall fillet's influence on performance and flow field of high-load compressor cascade[J]. Journal of Propulsion Technology, 2017, 38(12):2743-2752. (in Chinese)
- [8] 李兰攀.端壁倒圆与叶根Bulb对高负荷压气机叶栅性能影响的研究[D].西安:西北工业大学,2018.
LI Lanpan. Study on influence of end-wall fillet and blade

- root bulb on high load compressor cascade performance[D]. Xi'an:Northwestern Polytechnical University, 2018.(in Chinese)
- [9] GARZON V E.Probability aerothermal design of compressor airfoils[D]. Cambridge, Massachusetts, US: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [10] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al.Impact of manufacturing variability on multistage high-pressure compressor performance[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2012, 134(11):112601.1-112601.8.
- [11] WUNSCH D, HIRSCH C, NIGRO R, et al.Quantification of combined operational and geometrical uncertainties in turbomachinery design[R].ASME Paper GT2015-43399, 2015.
- [12] LUO J, LIU F.Statistical evaluation of performance impact of manufacturing variability by an adjoint method[J].Aerospace Science and Technology, 2018, 77(7):471-484.
- [13] 刘佳鑫,于贤君,孟德君,等.高压压气机出口级叶型加工偏差特征及其影响[J].航空学报, 2021, 42(2):423796.1-423796.17.
- LIU Jiaxin, YU Xianjun, MENG Dejun, et al.State and effect of manufacture deviations for a compressor blade in high-pressure compressor outlet stage[J].Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(2):423796.1-423796.17.(in Chinese)
- [14] SCHNELL R, KAMPMANN T L, NICKE E.On the impact of geometric variability on fan aerodynamic performance, unsteady blade row interaction, and its mechanical characteristics[J].Journal of Turbomachinery, 2014, 136(9): 091005.1-091005.14.
- [15] 李相君.高负荷轴流压气机叶栅角区失速及非轴对称端壁造型技术研究[D].西安:西北工业大学, 2014.
- LI Xiangjun.Investigation of corner stall and the corresponding non-axisymmetric profiled endwall in a high-loaded compressor cascade[D].Xi'an:Northwestern Polytechnical University, 2014.(in Chinese)
- [16] 中国工业和信息化部.一般公差、未注公差的线性和角度尺寸的公差:GB/T 1804-2000[S].北京:中国标准出版社, 2000:4.
- [17] CHEN H, WANG Q, HU R, et al.Conditional sampling and experiment design for quantifying manufacturing error of transonic airfoil[R].AIAA-2011-658, 2011.
- [18] 张燕峰.高载压气机端壁流动及其控制策略研究[D].西安:西北工业大学, 2010.
- ZHANG Yanfeng. Investigation of endwall flow behavior and its control strategies in highly-loaded compressor[D]. Xi'an:Northwestern Polytechnical University, 2010.(in Chinese)
- [19] LI X, CHU W, WU Y, et al.Effective end wall profiling rules for a highly-loaded compressor cascade[J]. Journal of Power and Energy, 2016, 230(6):535-553.
- [20] MA S, CHU W, ZHANG H.Effects of modified micro-vortex generators on aerodynamic performance in a high-load compressor cascade[J].Journal of Power and Energy, 2018, 233(3):309-323.
- [21] XIU D, KARNIADAKIS G E.Modeling uncertainty in flow simulations via generalized polynomial chaos[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 187(1):137-167.
- [22] MAZZONI C, AHLFELD R, ROSIC B, et al.Uncertainty quantification of leakages in a multistage simulation and comparison with experiments[J]. Journal of Fluids Engineering, 2018, 140(2):021110.1-021110.9.
- [23] 马驰,高丽敏,李瑞宇,等.来流马赫数波动对扩压叶栅气动性能的影响[J].工程热物理学报, 2020, 41(4):851-859.
- MA Chi, GAO Limin, LI Ruiyu, et al.Influence of inflow Mach number fluctuation on the aerodynamic performance of diffusion cascade[J].Journal of Engineering Thermophysics, 2020, 41(4):851-859.(in Chinese)
- [24] 蔡雨桐.压气机叶片加工误差影响研究及叶型稳健性设计[D].西安:西北工业大学, 2017.
- CAI Yutong. Investigation on the aerodynamic performance of compressor blade considering machining error and robust design of airfoil[D].Xi'an:Northwestern Polytechnical University, 2017.(in Chinese)
- [25] ZHENG T, QIANG X, TENG J, et al.Application of hump-back whale flippers in an annular compressor cascade[R]. ASME Paper GT2016-56589, 2016.
- [26] 高丽敏,马驰,李瑞宇,等.真实运行状态下叶顶间隙尺寸波动对跨声速转子气动性能的影响研究[J].推进技术, 2020, 41(9):1958-1966.
- GAO Limin, MA Chi, LI Ruiyu, et al.Effects of tip clearance size fluctuation in actual operations on aerodynamic performance of the transonic rotor[J]. Journal of Propulsion Technology, 2020, 41(9):1958-1966.(in Chinese)

(编辑:王碧琚)